

XI К Л А С

Задача 7. Означаваме номерата на двете сметки с M и N . За сбора от цифрите на всеки от двата номера е изпълнено $40.1+30.2+20.3+10.4=40+60+60+40=200$ (**1 точка**). Тъй като числото 200 дава остатък 2 при деление на 9, то от признака за делимост на 9 следва, че M и N също дават остатък 2 при деление на 9 (**2 точки**). Да допуснем, че M се дели на N , т.е. съществува естествено число k , така че $M = kN$ (**1 точка**). Нека $N = 9n + 2$, където n е естествено число. Тогава $M = kN = k(9n + 2) = 9kn + 2k$ (**1 точка**). За да се стигне до противоречие с допускането, са възможни различни начини. Верните разсъждения се оценяват с 4 точки. Едно от тях използва разбиване на тези 4 точки на $2 + 2$ точки, което е направено по-долу. Преди всичко се забелязва, че $1 < k \leq 4$ (**2 точки**). Неравенството може да се усили, но ще предпочетем директната проверка за посочените стойности на k :

при $k = 2$ имаме $M = 18n + 4$, което не дава остатък 2 при деление на 9;

при $k = 3$ имаме $M = 27n + 6$, което не дава остатък 2 при деление на 9;

при $k = 4$ имаме $M = 36n + 8$, което не дава остатък 2 при деление на 9.

Стигаме до противоречие с допускането (**2 точки**). Следователно M не се дели на N . По същия начин доказваме, че и N не се дели на M . (**1 точка**). С това твърдението е доказано.

задача	1	2	3	4	5	6
отговор	Е	А	Д	В	С	5